I. Définition

Définition 1

Une fonction affine est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ où a et b sont deux réels donnés.

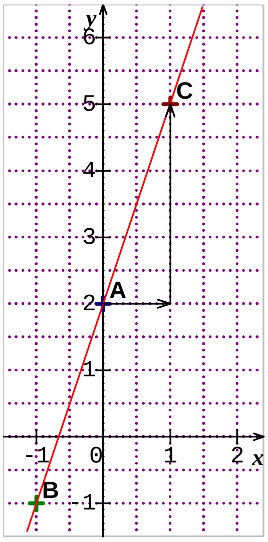
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite où :

- ***a*** est le coefficient directeur de la droite
- ***b*** est l'ordonnée à l'origine de la droite.

Si $b = 0$, la fonction *f* est définie par $f(x) = ax$ est appelée fonction linéaire, sa représentation graphique est une droite passant par l'origine.

Si a = 0, la fonction *f* est définie par $f(x) = b$ est appelée fonction constante, sa représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par *b*.

II Représentation graphique d'une fonction affine



Pour tracer une droite deux méthodes :

Exemple 1

Tracer le droite *d* représentant la fonction f définie $\mathbb{R}$ sur par $f(x) = 3x + 2$

Méthode 1

On détermine deux points de *d*, en choisissant deux valeurs de x et en calculant leurs images.

Par exemple :

- Pour $x =$ ...., *d* passe par le point A(... ; ...)
- Pour $x =$ ...., *d* passe par le point B(.... ; ....)

On place dans le repère les points .... et .....

La droite *d* passe par ...... et .....

Méthode 2

- L'ordonnée à l'origine de *d* est .... La droite *d* passe donc par le point A(...... ; .....)
- A partir du point A, on se décale de ... en abscisse et de .... en ordonnée, on arrive au point C(.... ; ....)

La droite *d* passe par les points .... et ....

III Proportionnalité des accroissements

Propriété 1

Si une fonction *f* est affine, alors, pour tous nombres réels x_1 et x_2 distincts, l'accroissement $f(x_2) - f(x_1)$ est proportionnel à l'accroissement $x_2 - x_1$.

On a alors $\dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = a$

Exemple 2

Déterminons la fonction affine f telle que $f(3) = 3$ *et* $f(1) = -1$.

- ....
- ....

  Or ....

- On obtient ainsi ....

IV Sens de variation

Propriété 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$.

✓ Si a est positif, la fonction affine f est croissante sur $\mathbb{R}$.

✓ Si a est négatif, la fonction affine f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exemple 3

- La fonction f définie par $f(x) = 2x + \frac{3}{2}$ est ……………………………………………………………
- La fonction f définie par $f(x) = -x + 7$ est ……………………………………………………………

V Signe de $ax + b$ (a ≠ 0)

Théorème :

$ax + b$ est du signe de a pour les valeurs de x supérieures à la valeurs x_0 qui annule $ax + b$.

La valeur charnière x_0 est obtenue en résolvant l'équation $ax + b = 0 \Leftrightarrow x_0 = \frac{-b}{a}$.

- Avec a > 0

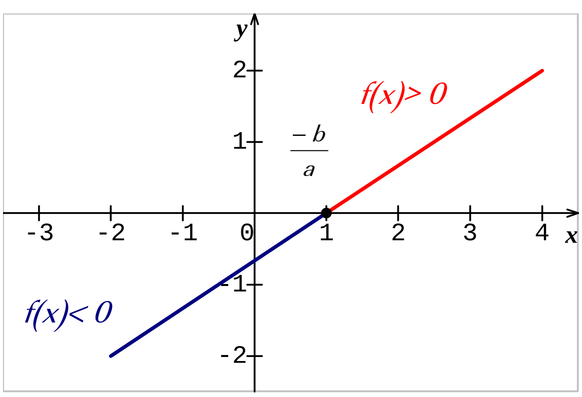


Tableau de signe

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

- Avec a < 0

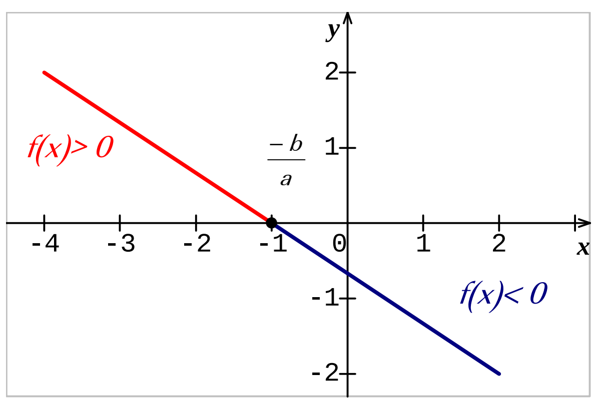


Tableau de signe

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

Exemple 4

Dressons le tableau de signe des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x - 6$ et $g(x) = -x + 2$:

………………………………………………………… …………………………………………………………

x	$-\infty$		…		$+\infty$
$f(x)$		…	0	…	

x	$-\infty$		…		$+\infty$
$g(x)$		…	0	….	