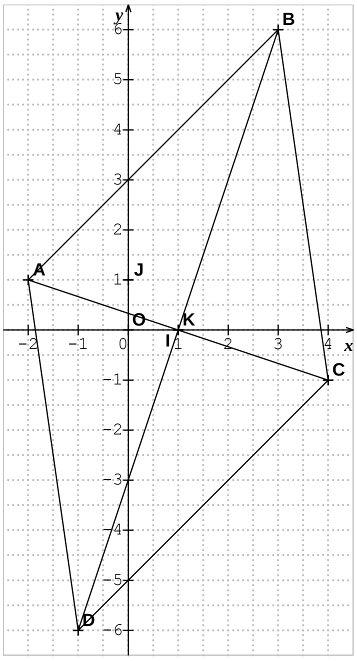
Sujet A

Exercice 1 *(6 points)*

Voir correction en classe

Exercice 2 *(6 points)*

1.



2. On utilise la formule du milieu :

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$; $K\left(\dfrac{-2+4}{2};\dfrac{1+(-1)}{2}\right)$, soit $K(1;0)$

3. D(-1 ; -6)

4. D symétrique de B par rapport à K, donc K est le milieu du segment $[BD]$.

$K\left(\dfrac{x_B+x_D}{2};\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$, $K\left(\dfrac{3+x_D}{2};\dfrac{6+y_E}{2}\right)$

or K(1 ; 0),

D'où $\dfrac{3+x_E}{2}=1 \quad \Leftrightarrow \quad x_D=-1$

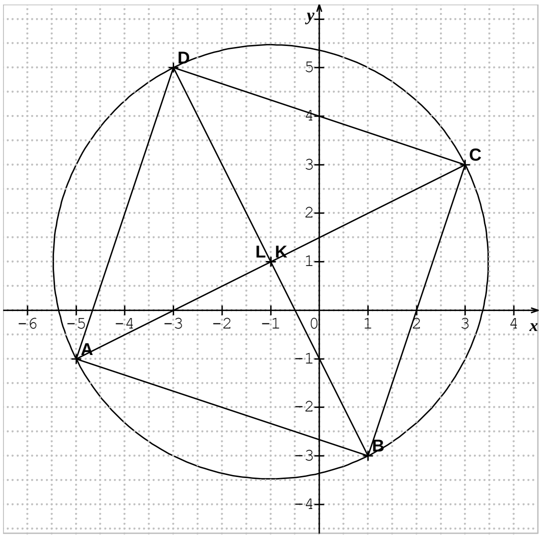
et $\dfrac{6+y_E}{2}=0 \quad \Leftrightarrow \quad y_D=-6$

Soit D(-1 ; - 6),

5. D'après la question 1. K est le milieu de $[AC]$, mais K est aussi le milieu de $[BD]$, d'après la question 2. On peut en déduire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu, K.

Exercice 3 *(8 points)*

1.



2. On utilise la formule du milieu :

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$; $K\left(\dfrac{-5+3}{2};\dfrac{-1+3}{2}\right)$, soit $K(-1;1)$

$L\left(\dfrac{x_B+x_D}{2};\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$; $L\left(\dfrac{1+(-3)}{2};\dfrac{-3+5}{2}\right)$, soit $L(-1;1)$

Les points K et L ont les mêmes coordonnées, donc sont confondus. On peut en déduire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme car ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

3. Calcul de AB, AC et BC

AB = $\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$=\sqrt{(1-(-5))^2+(-3-(-1))^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$, d'où $AB^2=40$

AC = $\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

$=\sqrt{(3-(-5))^2+(3-(-1))^2}$

$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$, d'où $AC^2=80$

BC = $\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

$=\sqrt{(3-1)^2+(3-(-3))^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$, d'où $BC^2=40$

On remarque que AB = BC, donc le triangle ABC isocèle. De plus, $AB^2+BC^2=AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

4. D'après les questions 2. et 3, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux (AB = BC) est un losange. De plus le triangle ABC est rectangle en B.

On en conclut que le parallélogramme ABCD est donc un carré.

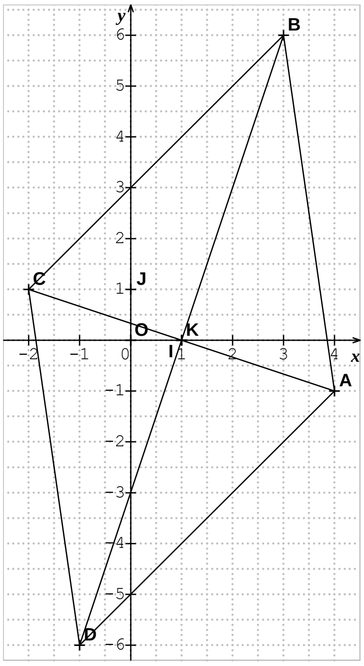
Sujet B

Exercice 1 *(6 points)*

Voir correction en classe

Exercice 2 *(6 points)*

1.



2. On utilise la formule du milieu :

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$; $K\left(\dfrac{4+(-2)}{2};\dfrac{-1+1}{2}\right)$, soit $K(1;0)$

3. D symétrique de B par rapport à K, donc K est le milieu du segment $[BD]$.

$K\left(\dfrac{x_B+x_D}{2};\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$, $K\left(\dfrac{3+x_D}{2};\dfrac{6+y_E}{2}\right)$

or K(1 ; 0),

D'où $\dfrac{3+x_E}{2}=1 \quad \Leftrightarrow \quad x_D=-1$

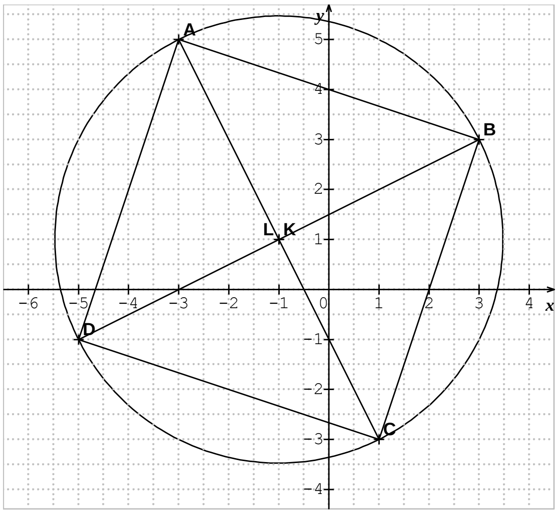
et $\dfrac{6+y_E}{2}=0 \quad \Leftrightarrow \quad y_D=-6$

Soit D(-1 ; - 6),

5. D'après la question 1. K est le milieu de $[AC]$, mais K est aussi le milieu de $[BD]$, d'après la question 2. On peut en déduire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme car ses diagonales ont le même milieu, K.

Exercice 3 *(8 points)*

1.



2. On utilise la formule du milieu :

$K\left(\dfrac{x_A+x_C}{2};\dfrac{y_A+y_C}{2}\right)$; $K\left(\dfrac{-3+1}{2};\dfrac{5+(-3)}{2}\right)$, soit $K(-1;1)$

$L\left(\dfrac{x_B+x_D}{2};\dfrac{y_B+y_D}{2}\right)$; $L\left(\dfrac{3+(-5)}{2};\dfrac{3+(-1)}{2}\right)$, soit $L(-1;1)$

Les points K et L ont les mêmes coordonnées, donc sont confondus. On peut en déduire que le quadrilatère ABDC est un parallélogramme car ses diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

3. Calcul de AB, AC et BC

AB $=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

$=\sqrt{(3-(-3))^2+(3-5)^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$, d'où $AB^2=40$

AC $=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2}$

$=\sqrt{(1-(-3))^2+(-3-5)^2}$

$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$, d'où $AC^2=80$

BC $=\sqrt{(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2}$

$=\sqrt{(1-3)^2+(-3-3)^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$, d'où $BC^2=40$

On remarque que AB = BC, donc le triangle ABC isocèle. De plus, $AB^2+BC^2=AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en B.

4. D'après les questions 2. et 3, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs égaux (AB = BC) est un losange. De plus le triangle ABC est rectangle en B.

On en conclut que le parallélogramme ABCD est donc un carré.