Exercice 1

a. $f(x)=x^2+3$
Cette fonction est définie pour tout x réel car elle ne pose aucune condition d'existence. Donc on ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R}$.

b. $f(x)=\dfrac{1}{x}+2x$
$f(x)$ contient une expression avec un dénominateur. Il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur.
$f(x)$ existe si, et seulement si, $x \neq 0$.
La valeur interdite est 0, donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{0\}$

c. $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$
$f(x)$ admet un dénominateur. Il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur.
$f(x)$ existe si, et seulement si, $x-1 \neq 0$
$\Leftrightarrow \quad x \neq 1$
La valeur interdite est 1, donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

d. $f(x)=\dfrac{1}{(x-4)(x+2)}$
$f(x)$ admet un dénominateur. Il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur.
$f(x)$ existe si, et seulement si, $(x-4)(x+2) \neq 0$
$\Leftrightarrow \quad x \neq 4$ ou $x \neq -2$
Les valeurs interdites sont -2 et 4, donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{-2\ ;\ 4\}$

e. $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2-1}=\dfrac{2x+1}{(x-1)(x+1)}$
$f(x)$ admet un dénominateur. Il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur.
$f(x)$ existe si, et seulement si, $(x-1)(x+1) \neq 0$
$\Leftrightarrow \quad x \neq 1$ ou $x \neq -1$
Les valeurs interdites sont -1et 1 donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{-1\ ;\ 1\}$

f. $f(x)=\sqrt{x-3}$
$f(x)$ admet une expression sous la racine carré. Il faut chercher les valeurs pour lesquelles cette expression est positive ou nulle.

$f(x)$ existe si, et seulement si, $x-3 \geq 0$
$\Leftrightarrow \quad x \geq 3$
L'ensemble de définition est $D_f = [3\ ;+\infty[$

g. $f(x)=2\sqrt{x}+3$
$f(x)$ admet une expression sous la racine carré. Il faut chercher les valeurs pour lesquelles cette expression est positive ou nulle.

$f(x)$ existe si, et seulement si, $x \geq 0$

L'ensemble de définition est $D_f = [0; +\infty[$

h. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$

$f(x)$ admet un dénominateur, il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur ; mais aussi une expression sous la racine carré, il faut chercher les valeurs pour lesquelles cette expression est positive.

$f(x)$ existe si, et seulement si, $5 - x > 0$

$\Leftrightarrow \quad x < 5$

L'ensemble de définition est $D_f =]-\infty ; 5[$

i. $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

$f(x)$ admet une expression sous la racine carré. Il faut chercher les valeurs pour lesquelles cette expression est positive ou nulle.

$f(x)$ existe si, et seulement si, $x^2 + 1 \geq 0$

x^2 étant positif ou nul pour tout x réel, et 1 étant positif, donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R}$.

Exercice 2

1. - 5 est l'image de 4 par la fonction g : $g(4) = -5$
2. 2 a pour image 0 par la fonction f : $f(2) = 0$
3. Un antécédent de -3 par h est 5 : $h(5) = -3$
4. Les images de -3 et 5 par f sont nulles : $g(-3) = 0$ et $g(5) = 0$

Exercice 3

1. L'image de – 3 par f est 12.
2. Le nombre qui a pour antécédent 0 est 0.
3. 0 et 1 ont la même image, 0 c'est-à-dire que $f(0) = 0$ et $f(1) = 0$.

- 3 et 4 ont la même image, 12, c'est-à-dire que $f(-3) = 12$ et $f(4) = 12$.

-2 et 3 ont la même image, 6, c'est-à-dire que $f(-2) = 6$ et $f(3) = 6$.

-1 et 2 ont la même image, 2, c'est-à-dire que $f(-1) = 2$ et $f(2) = 2$.

Exercice 4

1. $f(-2) = \dfrac{1}{2}(-2)^2 - 3 = \dfrac{1}{2} \times 4 - 3 = 2 - 3 = -1$

$f\left(-\sqrt{3}\right) = \dfrac{1}{2}\left(-\sqrt{3}\right)^2 - 3 = \dfrac{1}{2} \times 3 - 3 = \dfrac{3}{2} - 3 = -\dfrac{3}{2}$

$f(0) = \dfrac{1}{2}(0)^2 - 3 = \dfrac{1}{2} \times 0 - 3 = -3$

$f(1) = \dfrac{1}{2}(1)^2 - 3 = \dfrac{1}{2} \times 1 - 3 = \dfrac{1}{2} - 3 = -\dfrac{5}{2}$

$f\left(\sqrt{6}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\sqrt{6}\right)^2 - 3 = \dfrac{1}{2} \times 6 - 3 = 3 - 3 = 0$

2. Pour déterminer les antécédents de – 2 ; 0 et 3 il faut résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations $f(x)=-2$,

$f(x)=0$ et $f(x)=3$.

- $f(x)=-2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2-3=-2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2=1 \Leftrightarrow x^2=2 \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$ ou $x=\sqrt{2}$.

Ainsi les antécédents de – 2 par f sont $-\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$.

- $f(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2-3=0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2=3 \Leftrightarrow x^2=6 \Leftrightarrow x=-\sqrt{6}$ ou $x=\sqrt{6}$.

Ainsi les antécédents de 0 par f sont $-\sqrt{6}$ et $\sqrt{6}$.

- $f(x)=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2-3=3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x^2=6 \Leftrightarrow x^2=12 \Leftrightarrow x=-2\sqrt{3}$ ou $x=2\sqrt{3}$.

Ainsi les antécédents de 3 par f sont $-2\sqrt{3}$ et $2\sqrt{3}$.

Exercice 5

x	- 5	- 2	0	1	- $\frac{3}{2}$	3	$\frac{3}{2}$
$f(x)$	1	$\frac{1}{4}$	- $\frac{3}{2}$	- 5	0	9	-12

Exercice 6

1.

$$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3+2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+3=\frac{1}{8}+2\times\frac{1}{4}+3=\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+3=\frac{1}{8}+\frac{4}{8}+\frac{24}{8}=\frac{29}{8}$$

$$f(0)=-0^3+2\times 0^2+3=3$$

$$f(1)=-1^3+2\times 1^2+3=-1+2+3=4$$

2. **Calculatrice TI 82 Stats.fr**

Touche ***f(x)***.

Introduire la fonction par exemple en **Y1**.

Pour la variable **X**, utiliser la touche ***x, t*, θ, *n***.
Valider avec la touche entrer

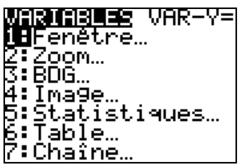
Instruction quitter (touches 2nde mode) pour revenir à l'écran de calcul.

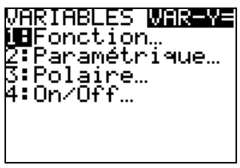
Touche var option VAR-Y= à l'aide de la flèche ➤.

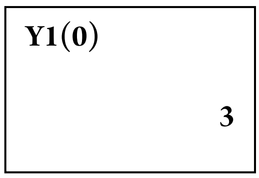
Puis option 1:Fonction et valider avec entrer.

Choisir la fonction désirée (pour notre exemple 1:Y1).

Puis compléter comme sur l'écran ci-contre pour, par exemple, obtenir l'image de 0







Calculatrice Casio

Touche MENU, choisir GRAPH puis touche EXE
Introduire la fonction par exemple en **Y1**.
Valider avec la touche EXE.
Utiliser la touche X,θ,T pour la variable **X**.

Mode calcul : touche **MENU** , sélectionner RUN
Touche **VARS** et choisir **GRPH** .(touche **F4**) .

Mettre la valeur dont on veut l'image dans la mémoire **X**, par exemple pour l'image de 0 :

Touches **0** → **X,θ,T** puis **EXE**.

→ correspond à la touche de mise en mémoire.
Instruction **Y** (touche **F1**) suivie du numéro de la fonction à utiliser (pour notre exemple **Y1**).Valider avec **EXE**.

3. Une valeur approchée de de $-\sqrt{2}$ à 10^{-4} près est -1,4142

Exercice 7

1. $f(x)$ admet un dénominateur. Il faut chercher et exclure les valeurs qui annulent ce dénominateur.
$f(x)$ existe si, et seulement si, $x+1\neq 0$
$\Leftrightarrow \quad x \neq -1$
La valeur interdite est 1, donc l'ensemble de définition est $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

2.

$f(-4)=\dfrac{-4-2}{-4+1}=2$

$f(0)=\dfrac{0-2}{0+1}=-2$

$f\left(\sqrt{3}+1\right)=\dfrac{\sqrt{3}+1-2}{\sqrt{3}+1+1}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}=3\sqrt{3}-5$

3. $f(x)=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{x-2}{x+1}=-\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2(x-2)=-(x+1) \Leftrightarrow x=1$

Ainsi l'antécédent de $-\dfrac{1}{2}$ est 1.

$f(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x=2$

Ainsi l'antécédent de 0 par f est 2

$f(x)=\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow \dfrac{x-2}{x+1}=\dfrac{3}{4} \Leftrightarrow 4(x-2)=3(x+1) \Leftrightarrow x=11$

Ainsi l'antécédent de $\dfrac{3}{4}$ par f est 11.