

Exercice 1

Au début d'une séance de cinéma, on distribue au hasard un billet de loterie à chacun des 120 spectateurs.

Parmi les 120 billets distribués :

- 3 donnent droit à 4 places gratuites ;
- 6 donnent droit à 2 places gratuites ;
- 42 donnent droit à 1 place gratuite ;
- les autres billets ne gagnent rien.

Soit X la variable aléatoire désignant le nombre de places gratuites gagnées avec un billet.

Donner la loi de probabilité de X .

Exercice 2

Une urne contient deux boules rouges, cinq boules blanches et trois boules noires. Un joueur tire une boule de l'urne. Si la boule tirée est rouge il gagne 2 euros, si elle est blanche il gagne 3 euros et si elle est noire, il perd 5 euros. On considère la variable aléatoire X qui à chaque tirage associe le gain du joueur. Déterminer la loi de X .

Exercice 3

Une association sportive organise une loterie. Les 2 000 billets vendus sont numérotés de 1 à 2000.

Parmi tous les billets :

- un billet rapporte un lot de 1500 € ;
- deux billets rapportent chacun un lot de 150 € ;
- cinq billets rapportent chacun un lot de 100 €.

Les prix du billet est fixé à 2 €. Les billets achetés sont choisis au hasard.

À chaque billet, on associe le gain algébrique X qu'il procure à l'acheteur.

1. a. Quel est l'ensemble des valeurs prises par X ?
b. Calculer la probabilité $P(X = -2)$.
2. Dresser le tableau de la loi de probabilité de X .
3. Calculer l'espérance de X . Que peut-on conclure ?

Exercice 3

La loi de probabilité d'une variable aléatoire X est donnée par le tableau suivant :

x_j	0	1	2	3	4	5	6	8
$P(X = x_j)$	0,1	0,25	0,15	0,05	0,1	0,2	0,1	a

1. Déterminer la valeur de a .
2. a. Calculer $P(X > 3)$.
b. Calculer $P(X \leq 5)$.

Exercice 4

Un patron d'un chalutier fait une sortie sur sa zone de pêche. Le chalutier est équipé d'un sonar pour détecter la présence d'un banc de poissons.

On note B et S les événements suivants :

- B : « Il y a un banc de poissons sur sa zone » ;
- S : « Le sonar détecte la présence de poissons ».

	S	\bar{S}	
B	0,56		0,7
\bar{B}			
	0,575		1

Une étude statistique sur les sorties dans cette zone et sur la fiabilité du sonar a permis d'établir que :

$$P(B) = 0,7 ; \quad P(S) = 0,575 ; \quad P(B \cap S) = 0,56.$$

1. a. Compléter le tableau de probabilité ci-contre :

b. Traduire par une phrase l'événement $\bar{B} \cap S$ et donner sa probabilité.

2. Lors d'une sortie en mer, le pêcheur se trouve dans l'une des situations ci-dessous.

- Situation 1 : un banc est présent et le sonar le détecte. Le filet est lancé et la pêche est fructueuse. Dans ce cas, le gain estimé est de 2 000 €.
- Situation 2 : il n'y a pas de banc de poissons, mais le sonar en signale un. Le filet est lancé pour rien. Dans ce cas, on estime la perte à 400 €.
- Situation 3 : le sonar ne détecte rien. Le bateau rentre à quai et on estime la perte à 150 €.

X est la variable aléatoire donnant le gain algébrique pour une sortie en mer.

a. Donner la loi de probabilité de X .

b. Le chalutier effectue de nombreuses sorties. Quel gain moyen par sortie peut-il espérer ?

Exercice 5

Le coût de production d'un objet est de 950 €. Cet objet peut présenter un défaut A, un défaut B, ou en même temps le défaut A et le défaut B.

La garantie permet de faire les réparations aux frais du fabricant avec les coûts suivants : 100 € pour le défaut A et 150 € pour le défaut B. On admet que 90 % des objets produits n'ont aucun défaut, 4 % ont le seul défaut A, 2 % ont le seul défaut B et 4 % ont les deux défauts A et B.

1. On note X la variable aléatoire qui, à chaque objet choisi au hasard, associe son prix de revient, c'est-à-dire son coût de production augmenté du coût de réparation éventuel.

Déterminer la loi de probabilité de X .

2. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$ et l'écart-type de cette variable aléatoire. Que représente $E(X)$ pour l'usine ?

3. On admet que tous les objets produits sont vendus

a. L'usine peut-elle espérer réaliser des bénéfices en vendant 960 € chaque objet produit ?

b. L'usine veut réaliser un bénéfice moyen de 100 € par objet. Quel prix de vente doit-elle choisir pour l'objet produit ?